音楽心理学研究における異なる音律の利用について(2)
——純正律とウェル・テンペラメント——

On utilization of different temperament in the studies on psychology of music(2)
——just intonation and well temperament——

菅　　千索
Sensaku SUGA
（心理学教室）

2011年８月５日受理

１．はじめに

音楽心理学で鑑賞行動を研究しようとするとき、音響的な刺激を作成して被験者に提示することになる。その刺激作成をコンピュータや電子楽器によって行う際に、どの様な音律に準拠するべきなのか、さらにいえば広く一般に採用されている平均律で問題はないのかについて議論するのに必要な情報や知見を整理しておこうというのが本論文の主旨である。まったく同様の目的に沿って執筆した前報(菅、2011)においては、ピタゴラス音律、中全音律、平均律について論じたが、それに続いて本論文では純正律とウェル・テンペラメントについて検討する。なお、前報ですでに述べた事項については、出来る限り重複を避けているため、必要に応じて前報を参照することが望まれる。

２．純正律

ピタゴラス音律における重要な弱点は３度系の和音の不協和性(響きとしての濁り)であった。すなわち周波数比でいえば、長３度は純正音程が５/４(386.31セント)であるのに対してピタゴラス音律は81/64(407.82セント)、短３度は６/５(315.64セント)に対して32/27(294.14セント)、長６度は５/３(884.36セント)に対して27/16(905.87セント)であり、±21.51セント(シントニック・コンマ)の逸脱が認められる。ただし、短６度に関しては、純正音程の８/５(813.69セント)に対して、ピタゴラス音律では6561/4096(815.64セント)となっており、分数比は極めて複雑ではあるが逸脱は1.95セントと小さい。

このピタゴラス音律における「３度問題」は、音楽がリズムとメロディーだけで成立するモノフォニー音楽の時代には、特に問題にはならなかったが、リズムとメロディーにハーモニーが加わるポリフォニー音楽が広がり始めると、３度系の響きの悪さは問題視されるようになった。それに加え西洋音楽が演奏される主要な場所に関してであるが、キリスト教会の大規模なゴシック建築化が進んだ結果、聖堂内部での残響時間が４～６秒と大変長くなったという事情もあった。すなわち、たとえばグレゴリオ聖歌のようなモノフォニーの音楽であっても、先行音が残響として残っているあいだに、その音と３度関係にあたる音が続いた場合は、全体としての響きが悪くなってしまうのである。

さて、こうした３度問題を解決するために最初に注目されたのが純正律である。この音律の原型(第６音のみが現在のものとは異なる)は、ピタゴラスより２～３世紀後に、アリストクセノスが考案しているため、アリストクセノス音律、また音律を研究した音楽学者ツァルリーノに因んでツァルリーノ音律ともよばれている。

純正律でCを主音とする全音階を作ろうとすると、５度下のFから始めて５度を重ねてF-C-G-Dを定める。ここまではピタゴラス音律と同様であるが、ピタゴラス音律がさらに５度を重ねて残りの音を求めるのに対して、純正律では長３度を予め５/４と定めておいて、F，C，Gにそれぞれ５/４を乗じてA，E，Bを得る。その結果、このハ調長音階の隣接する２音の音程関係は「C-(９/８)-D-(10/９)-E-(16/15)-F-(９/８)-G-(10/９)-A-(９/８)-B-(16/15)-C’」、またCを基準としたときの各音の音程は「C［1］-D［９/８］-E［５/４］-F［４/３］-G［３/２］-A［５/３］-B［15/８］-C’［２］」となる(Table１-１のC-majorを参照)。

まず、この全音階の範囲内で協和度についてみると、純正な５度(３/２：C-Gなど)のほかに、そうではない不協和な５度(40/27：D-A)が含まれている(これが減５度ではない点に注意)。短３度では純正(６/５：A-Cなど)に対して、不協和な音程(32/27：D-F)が存在する。したがって、純正律と呼ばれているが、すべてが純正になっている訳ではないのである。なお、長３度、４度、長短６度はすべて純正である。

他の音律にはない純正律の特徴は、全音に異なる２つの音程があり、９/８を大全音、10/９を小全音という。大全音はピタゴラス音律の全音と同じであり、それを２回重ねても純正な長３度にはならないため、一方だけを小全音に狭めることで、純正な長３度を実現しているのである。ちなみに、中全音律では片方だけ

を狭めるのではなく、大全音と小全音の幾何平均(積の平方根)をとったもの(「２分のルート５」、別の表現では長３度を等比で２等分したもの)を中全音としている。

全音階的半音は16/15(E-FとB-C')あり、半音階的半音を長３度と短３度の差として定めると、５/４×５/６＝25/24であるから、♯では25/24だけ上げ、♭では24/25だけ下げることになる。このように全音階的半音と半音階的半音が異なるため、E♯とF、EとF♭、B♯とC'、BとC♭は、すべて異名異音である。また、半音階的半音は大全音および小全音の平方根とは一致しないため、全音のあいだくる臨時記号のついた２音もすべて異名異音となっている(たとえばC♯とD♭)。

このような性質をもつ純正律について、臨時記号に対応する半音階的半音の音程をもつ音も含め長短あわせて30の調を、Aを440.0Hz、Cを音程計算の基準音(比では1.000、すなわち0.00セント)として計算したものをTable１－１～１－４に示す(なお、各短調においては、主音より４度上の音、いい換えれば移動ドでレの音は、表中よりもシントニック・コンマだけ低い音に変更される。このことは、長調においてD-Aに現れるシントニック・コンマだけ純正よりも狭い５度が、短調ではG-Dに移ったことと同義であり、下属和音を正しい短三和音にするために必要な操作である)。これらすべての調に対応するために必要不可欠となる55音を、Aを440.0Hz(０セント)として列挙したのがTable２である。そこでは「同名異音」とよぶことが出来る同じ音名で異なる周波数の組み合わせが多く存在しており、それら２音の音程差はすべて大全音と小全音の差であるシントニック・コンマ(21.51セント)となっている。

ピタゴラス音律における「３度問題」を克服するために、純正律では長３度を最初から純正としてしまうという方略がとられた。それを実現するために、ピタゴラス音律との対比でいえば、C-G-D-A-Eで同じ音程(３/２)を重ねていくのではなく、純正律においてはD-Aをシントニック・コンマだけ狭くすることでC-Eを５/４としたのである。９/８を２回重ねて生じる長３度のシントニック・コンマ分の逸脱を、すべてD-Aだけに押しつけたといえる。その結果、全音階についてはすでに述べたが、半音階では５度のなかで３つが純正よりもシントニック・コンマ分だけ狭く、さらにもう１つはシントニック・コンマの２倍分だけ広くなってしまっているのである。純正律という名称から、

Table１－１　純正律の数値表(1)

		r	c	f			r	c	f
C-major / A-minor					G-major / E-minor				
—					—				
B	si	1.875	1088.27	495.000	B	mi	1.875	1088.27	488.889
B♭		1.800	1017.60	475.200	B♭		1.800	1017.60	469.333
A♯		1.736	955.03	458.333	A♯		1.758	976.54	458.333
A	la	1.667	884.36	440.000	A	re	1.688	905.87	440.000
A♭		1.600	813.69	422.400	A♭		1.620	835.19	422.400
G♯		1.563	772.63	412.500	G♯		1.563	772.63	407.407
G	sol	1.500	701.96	396.000	G	do	1.500	701.96	391.111
G♭		1.440	631.28	380.160	—				
F♯		1.389	568.72	366.667	F♯	si	1.406	590.22	366.667
F	fa	1.333	498.04	352.000	F		1.350	519.55	352.000
—					E♯		1.302	456.99	339.506
E	mi	1.250	386.31	330.000	E	la	1.250	386.31	325.926
E♭		1.200	315.64	316.800	E♭		1.200	315.64	312.889
D♯		1.172	274.58	309.375	D♯		1.172	274.58	305.556
D	re	1.125	203.91	297.000	D	sol	1.125	203.91	293.333
D♭		1.080	133.24	285.120	D♭		1.080	133.24	281.600
C♯		1.042	70.67	275.000	C♯		1.042	70.67	271.605
C	do	1.000	0.00	264.000	C	fa	1.000	0.00	260.741
D-major / B-minor					A-major / F♯-minor				
B♯		1.929	1137.43	509.259	B♯		1.953	1158.94	515.625
B	la	1.852	1066.76	488.889	B	re	1.875	1088.27	495.000
B♭		1.778	996.09	469.333	B♭		1.800	1017.60	475.200
A♯		1.736	955.03	458.333	A♯		1.736	955.03	458.333
A	sol	1.667	884.36	440.000	A	do	1.667	884.36	440.000
A♭		1.600	813.69	422.400	—				
G♯		1.543	751.12	407.407	G♯	si	1.563	772.63	412.500
G	fa	1.481	680.45	391.111	G		1.500	701.96	396.000
—					F×		1.447	639.39	381.944
F♯	mi	1.389	568.72	366.667	F♯	la	1.389	568.72	366.667
F		1.333	498.04	352.000	F		1.333	498.04	352.000
E♯		1.302	456.99	343.750	E♯		1.302	456.99	343.750
E	re	1.250	386.31	330.000	E	sol	1.250	386.31	330.000
E♭		1.200	315.64	316.800	E♭		1.200	315.64	316.800
D♯		1.157	253.08	305.556	D♯		1.157	253.08	305.556
D	do	1.111	182.40	293.333	D	fa	1.111	182.40	293.333
—					—				
C♯	si	1.042	70.67	275.000	C♯	mi	1.042	70.67	275.000
C		1.000	0.00	264.000	C		1.000	0.00	264.000

注 r：ratio(C=1.00)，c：cent(C=0.00)，f：frequency(A=440.0Hz)

Table１－２　純正律の数値表(2)

		r	c	f			r	c	f
E-major / C♯-minor					B-major / G♯-minor				
B♯		1.953	1158.94	515.625	B♯		1.929	1137.43	509.259
B	sol	1.875	1088.27	495.000	B	do	1.852	1066.76	488.889
B♭		1.800	1017.60	475.200	—				
A♯		1.736	955.03	458.333	A♯	si	1.736	955.03	458.333
A	fa	1.667	884.36	440.000	A		1.667	884.36	440.000
—					G×		1.608	821.79	424.383
G♯	mi	1.563	772.63	412.500	G♯	la	1.543	751.12	407.407
G		1.500	701.96	396.000	G		1.481	680.45	391.111
F×		1.465	660.90	386.719	F×		1.447	639.39	381.944
F♯	re	1.406	590.22	371.250	F♯	sol	1.389	568.72	366.667
F		1.350	519.55	356.400	F		1.333	498.04	352.000
E♯		1.302	456.99	343.750	E♯		1.286	435.48	339.506
E	do	1.250	386.31	330.000	E	fa	1.235	364.81	325.926
—					—				
D♯	si	1.172	274.58	309.375	D♯	mi	1.157	253.08	305.556
D		1.125	203.91	297.000	D		1.111	182.40	293.333
C×		1.085	141.34	286.458	C×		1.085	141.34	286.458
C♯	la	1.042	70.67	275.000	C♯	re	1.042	70.67	275.000
C		1.000	0.00	264.000	C		1.000	0.00	264.000
F♯-major / D♯-minor					C♯-major / A♯-minor				
B♯		1.929	1137.43	509.259	B♯	si	1.953	1158.94	515.625
B	fa	1.852	1066.76	488.889	B		1.875	1088.27	495.000
—					A×		1.808	1025.70	477.431
A♯	mi	1.736	955.03	458.333	A♯	la	1.736	955.03	458.333
A		1.667	884.36	440.000	A		1.667	884.36	440.000
G×		1.628	843.30	429.688	G×		1.628	843.30	429.688
G♯	re	1.563	772.63	412.500	G♯	sol	1.563	772.63	412.500
G		1.500	701.96	396.000	G		1.500	701.96	396.000
F×		1.447	639.39	381.944	F×		1.447	639.39	381.944
F♯	do	1.389	568.72	366.667	F♯	fa	1.389	568.72	366.667
—					—				
E♯	si	1.302	456.99	343.750	E♯	mi	1.302	456.99	343.750
E		1.250	386.31	330.000	E		1.250	386.31	330.000
D×		1.206	323.75	318.287	D×		1.221	345.25	322.266
D♯	la	1.157	253.08	305.556	D♯	re	1.172	274.58	309.375
D		1.111	182.40	293.333	D		1.125	203.91	297.000
C×		1.085	141.34	286.458	C×		1.085	141.34	286.458
C♯	sol	1.042	70.67	275.000	C♯	do	1.042	70.67	275.000
C		1.000	0.00	264.000	—				

注 Table 1-1と同じ

Table 1－3　純正律の数値表(3)

		r	c	f
F-major / D-minor				
C♭		1.920	1129.33	506.880
B		1.852	1066.76	488.889
B♭	fa	1.778	996.09	469.333
—				
A	mi	1.667	884.36	440.000
A♭		1.600	813.69	422.400
G♯		1.563	772.63	412.500
G	re	1.500	701.96	396.000
G♭		1.440	631.28	380.160
F♯		1.389	568.72	366.667
F	do	1.333	498.04	352.000
—				
E	si	1.250	386.31	330.000
E♭		1.200	315.64	316.800
D♯		1.157	253.08	305.556
D	la	1.111	182.40	293.333
D♭		1.067	111.73	281.600
C♯		1.042	70.67	275.000
C	sol	1.000	0.00	264.000

		r	c	f
B♭-major / G-minor				
C♭		1.920	1129.33	506.880
B		1.852	1066.76	488.889
B♭	do	1.778	996.09	469.333
—				
A	si	1.667	884.36	440.000
A♭		1.600	813.69	422.400
G♯		1.543	751.12	407.407
G	la	1.481	680.45	391.111
G♭		1.422	609.78	375.467
F♯		1.389	568.72	366.667
F	sol	1.333	498.04	352.000
F♭		1.280	427.37	337.920
E		1.235	364.81	325.926
E♭	fa	1.185	294.13	312.889
—				
D	mi	1.111	182.40	293.333
D♭		1.067	111.73	281.600
C♯		1.042	70.67	275.000
C	re	1.000	0.00	264.000

		r	c	f
E♭-major / C-minor				
C♭		1.920	1129.33	506.880
B		1.875	1088.27	495.000
B♭	sol	1.800	1017.60	475.200
B𝄫		1.728	946.92	456.192
A		1.667	884.36	440.000
A♭	fa	1.600	813.69	422.400
—				
G	mi	1.500	701.96	396.000
G♭		1.440	631.28	380.160
F♯		1.406	590.22	371.250
F	re	1.350	519.55	356.400
F♭		1.296	448.88	342.144
E		1.250	386.31	330.000
E♭	do	1.200	315.64	316.800
—				
D	si	1.125	203.91	297.000
D♭		1.080	133.24	285.120
C♯		1.042	70.67	275.000
C	la	1.000	0.00	264.000

注 Table 1-1と同じ

Table 1－4　純正律の数値表(4)

		r	c	f
A♭-major / F-minor				
C♭		1.920	1129.33	506.880
B		1.875	1088.27	495.000
B♭	re	1.800	1017.60	475.200
B𝄫		1.728	946.92	456.192
A		1.667	884.36	440.000
A♭	do	1.600	813.69	422.400
—				
G	si	1.500	701.96	396.000
G♭		1.440	631.28	380.160
F♯		1.389	568.72	366.667
F	la	1.333	498.04	352.000
F♭		1.280	427.37	337.920
E		1.250	386.31	330.000
E♭	so	1.200	315.64	316.800
E𝄫		1.152	244.97	304.128
D		1.111	182.40	293.333
D♭	fa	1.067	111.73	281.600
—				
C	mi	1.000	0.00	264.000

		r	c	f
D♭-major / B♭-minor				
C♭		1.920	1129.33	506.880
B		1.852	1066.76	488.889
B♭	la	1.778	996.09	469.333
B𝄫		1.707	925.42	450.560
A		1.667	884.36	440.000
A♭	sol	1.600	813.69	422.400
A𝄫		1.536	743.01	405.504
G		1.481	680.45	391.111
G♭	fa	1.422	609.78	375.467
—				
F	mi	1.333	498.04	352.000
F♭		1.280	427.37	337.920
E		1.250	386.31	330.000
E♭	re	1.200	315.64	316.800
E𝄫		1.152	244.97	304.128
D		1.111	182.40	293.333
D♭	do	1.067	111.73	281.600
—				
C	si	1.000	0.00	264.000

		r	c	f
G♭-major / E♭-minor				
C♭	fa	1.920	1129.33	500.622
—				
B♭	mi	1.800	1017.60	469.333
B𝄫		1.728	946.92	450.560
A		1.688	905.87	440.000
A♭	re	1.620	835.19	422.400
A𝄫		1.555	764.52	405.504
G		1.500	701.96	391.111
G♭	do	1.440	631.28	375.467
—				
F	si	1.350	519.55	352.000
F♭		1.296	448.88	337.920
E		1.250	386.31	325.926
E♭	la	1.200	315.64	312.889
E𝄫		1.152	244.97	300.373
D		1.125	203.91	293.333
D♭	sol	1.080	133.24	281.600
D𝄫		1.037	62.57	270.336
C		1.000	0.00	260.741

		r	c	f
C♭-major / A♭-minor				
C♭	do	1.920	1129.33	506.880
—				
B♭	si	1.800	1017.60	475.200
B𝄫		1.728	946.92	456.192
A		1.667	884.36	440.000
A♭	la	1.600	813.69	422.400
A𝄫		1.536	743.01	405.504
G		1.500	701.96	396.000
G♭	sol	1.440	631.28	380.160
G𝄫		1.382	560.61	364.954
F		1.333	498.04	352.000
F♭	fa	1.280	427.37	337.920
—				
E♭	mi	1.200	315.64	316.800
E𝄫		1.152	244.97	304.128
D		1.125	203.91	297.000
D♭	re	1.080	133.24	285.120
D𝄫		1.037	62.57	273.715
C		1.000	0.00	264.000

注 Table 1-1と同じ

Table 2　純正律の全調性で必要な音高表(55音)

	c	f		c	f		c	f		c	f
B♯	274.58	515.625	G×	−62.57	424.383	F	−364.81	356.400	E𝄫	−639.39	304.128
B♯	253.08	509.259	A♭	−70.67	422.400	F	−386.31	352.000	E𝄫	−660.90	300.373
C♭	244.97	506.880	G♯	−111.73	412.500	E♯	−427.37	343.750	D	−680.45	297.000
C♭	223.46	500.622	G♯	−133.24	407.407	F♭	−435.48	342.144	D	−701.96	293.333
B	203.91	495.000	A𝄫	−141.34	405.504	E♯	−448.88	339.506	C×	−743.01	286.458
B	182.40	488.889	G	−182.40	396.000	F♭	−456.99	337.920	D♭	−751.12	285.120
A×	141.34	477.431	G	−203.91	391.111	E	−498.04	330.000	D♭	−772.63	281.600
B♭	133.24	475.200	F×	−223.46	386.719	E	−519.55	325.926	C♯	−813.69	275.000
B♭	111.73	469.333	F×	−244.97	381.944	D×	−539.10	322.266	D𝄫	−821.79	273.715
A♯	70.67	458.333	G♭	−253.08	380.160	D×	−560.61	318.287	C♯	−835.19	271.605
B𝄫	62.57	456.192	G♭	−274.58	375.467	E♭	−568.72	316.800	D𝄫	−843.30	270.336
B𝄫	41.06	450.560	F♯	−294.13	371.250	E♭	−590.22	312.889	C	−884.36	264.000
A	0.00	440.000	F♯	−315.64	366.667	D♯	−609.78	309.375	C	−905.87	260.741
G×	−41.06	429.688	G𝄫	−323.75	364.954	D♯	−631.28	305.556			

注 c：cent(A=0.00)，f：frequency(A=440.0Hz)

協和音程がすべて「理想的」であると考えるのは明らかに誤りなのである。

さらに鍵盤楽器で問題となるのは、純正律が完全に異名異音であることに加えて、調が変わると「同名異音」になること、別のいい方をすれば全音に大小の2種類が存在することである。簡単な例を示せば、純正律ハ長調で調律された鍵盤楽器で、全音階のド・レ・ミ・ファ(移動ド、以下同様)と弾けば、その音程間隔は大全音・小全音・全音階的半音である。この楽器でニ長調を弾こうとすれば、ド・レ・ミは小全音・全音

階的半音×半音階的半音（♯）という音程になる。これをハ長調と同じ音程関係にしようとすれば、Dをシントニック・コンマだけ下げるか、Eを同じだけ上げる必要がある。Dを下げた場合、F♯はそのままでよいが、Eを上げると話は大変ややこしくなってしまう。結局のところ、１台の鍵盤楽器で長短30の調に妥協なしで対応しようとすれば、1オクターブ内に55の鍵盤を配置せねばならないのである（Table 2 参照）。したがって、純正律はフレットのない弦楽器や声楽などアナログ的に任意の音高が出せるならば実現可能な音律であるが、デジタル的に音高が固定された鍵盤楽器などでは、その取り扱いが極めて困難といわざるを得ない。

３．ウェル・テンペラメント

鍵盤楽器で純正律をそのまま実装することはほぼ不可能であるが、何とかして３度系を美しくしたいという志向は衰えることがなかった。そのために採られた第１の方策は、純正律に妥協できる範囲での修正を加えることで１オクターブ内の音数を減らし、さらに楽器の発音体や鍵盤などの機械的な仕組みを工夫することによって、人が手足で弾けるようにすることであった。日本人による代表作は、間違いなく田中正平の「純正調オルガン」であろう。

第２の方策は、純正律にはこだわらずに、音律そのものを見直すことで純正律の背景にある思想を実現しようという流れであり、それには中全音律とウェル・テンペラメントが該当する。なお、これらに続く音律である平均律は、ここでの文脈からいえば３度系の協和性にはこだわらないという意味で、ピタゴラス音律を継承したものだといえる。

まず中全音律については、前報（菅、2011）で詳しく述べているが、ここではウェル・テンペラメントと関係が深い部分の概略に触れておく。

中全音律の基本的な考え方は、純正律のように１つの５度（D-A）を狭めるのではなく、すべての５度を少しづつ犠牲にすることで長３度を純正にしようというものである。具体的には、Cを基準音にして５度を４回重ねるとEが得られるが（C-G-D-A-E）、５度を３/２にとるとC-Eがシントニック・コンマ分だけ純正よりも広くなるため、３/２の代わりにシントニック・コンマの４分の１（21.51÷4＝5.38セント）だけ狭い音程（701.96-5.38＝696.58セント、比では1.500ではなく1.495）を使用する。これは計算式でいえばmの４乗に２の-２乗をかければ５/４なるようなmなのである。

５度を約６セント分濁らせることで長３度を純正にしているが、1.495を12回重ねて６オクターブ下げると基準音の１オクターブよりも少し低い音が得られる。そのため鍵盤楽器を１オクターブ12音で構成しようとすれば、どこかで広い５度（737.64セント）を１回だけ置き換える必要があり、習慣的にはG♯-E♭に配置される。その結果、これら２音を含む調では「ヴォルフ」とよばれる激しい濁りが現れるため、これが含まれない♯♭なし、♯が３つ、♭が２までの長短調は、１台の鍵盤楽器で問題なく対応ができ、長３度はすべて純正である。それ以外の純正律と比較した中全音律の特徴は、全音が大全音と小全音の２種類ではなく、それらの幾何平均にあたる中全音に統一されること、全音階的半音と半音階的半音を重ねると常に中全音になること、などである。

ピタゴラス音律と同様に、中全音律も全音のあいだに半音階的半音を１つしか配置しないならば（全音の白鍵と白鍵のあいだに黒鍵が１つ）、一部の調（長短12調）を除いてはヴォルフにより実用性が極めて低い。一方、そもそも中全音律は異名異音であるため、両方の音を用意すれば（白鍵と白鍵のあいだに黒鍵が２つ）、ヴォルフ音程は完全に解消し、すべての調で演奏は可能となる。これを２つの音が出るように工夫された分割黒鍵で実現する方法は、ヘンデルによって好んで利用されたと伝えられている。

他方、このように異名異音を実現してヴォルフを回避するのではなく、黒鍵は１つのままですべての調が弾けるようにと考案されたのがウェル・テンペラメントである。そこでの基本的な発想は、基準音から1.495を12回重ねて得られる音と、基準音の１オクターブ上の音との差（ヴォルフ）のすべてを、どこかに集中して引き受けさせるのではなく（通常はG♯-E♭）、何ヶ所かに分散させようとすることにある。そのためには２種類の5度の一方を１回だけ使うのではなく、複数回使うことになる。すなわち、ピタゴラス音律の1.500を12回重ねて６オクターブ下げると１オクターブよりも23.46セント高くなり、中全音律の1.495で同じことをやれば41.06セント低くなるため、その差を１ヶ所に割り振らないないで、両者（後者の周辺値も含む）を適切に組み合わせることで、逆に１オクターブを得ようとしているのである。ちなみに、２種類の組み合わせではなく、１種類だけで１オクターブにしてしまうのが平均律である。

このウェル・テンペラメントには幾つかのバリエーションがあるので（Table 3）、平島（1987）の解説に従って見ていきたい。平島（1987）の図表８（p.43）および図表27（p.127）で「最もやさしいウェル・テンペラメント」とされているものは（本論文では以下「基本形」と記す）、p＝1.500を８回、1.495の周辺値を４回重ねるものである。Cを基準音として、まず1.500を８回重ねたらC'になるようなEを求める（これは1.500をCから下に８回重ねることと等価）。つまりE-B-F♯-C♯-G♯-E♭-b♭-F-C'であり、このE-C'の音程は1.500の８乗×2.000の-４乗で1.602（815.64セント）であるから、残りのC-Eの音程は2.000÷1.602＝1.249（384.36セント）となる。このときEはCから５度（周辺値を含

む)を4回重ねて得られるため、m'の4乗×2.000の−2乗が1.294になるのはm'=1.49493(696.09セント)のときであり、これを使ってC−G−D−A−Eを定めることになる。その結果、中全音律では1.49535(696.58セント)、純正では1.500(701.96セント)であったから、ここでの5度は純正よりも5.38セント、また中全音律よりも0.49セント狭くなっている。この0.49セントというのはピタゴラスのコンマ(23.46セント)とシントニック・コンマ(21.51セント)の差であるスキスマ(1.95セント)の4分の1に相当する。また、ウェル・テンペラメントでは長3度の音程も変化するが、純正の386.31セントにもっとも近いのはC−Eの384.36セントであり、その差はスキスマと等しい。もっとも離れているのはピタゴラス音律と同じ407.82セントである。なお、「ロH」(B)のセント値は、引用した図表8と図表27とでは異なっているが(1066.315と1068.315)、両方とも誤りで、正しくは1086.315セントである(Table 4)。

つぎに平島(1987、p.129)の図表28において「ヴェルクマイスター第1技法第3番」(本論文では以下「ヴェルクマイスター」と略記する)とされているのは、基本形を僅かに修正したものであり、m'とpの値と使われる回数は同じであるが、その並び方が1ヶ所だけ異なっている。すなわち、基本形ではCから最初にm'(=1.49493)を4回、それ以後はp(=1.500))を8回重ねたが、ここでは最初にm'を3回、つぎにpを2回、そして残りのm'を1回、以降はpを6回重ねることになる。簡単にいえば、基本形における4回目のm'(A−E)と6回目のpを入れ替えたことに他ならない。このような修正が加えられた理由として、平島(1987、p.131)は基本形では響きが悪いピタゴラス音律の長3度(407.82セント)が5つあるのに対して(C♯−F, E−G♯, F♯−B♭, G♯−C’, B−D’♯)、ヴェルクマイスターではE−G♯とB−E’♭の2つが401.96セントに改善され、3つに減っている点を指摘している。ただし、この減少の代償として、基本形の長3度では最良であったC−E(384.36セント)が390.23セント、またG−B(390.23セント)が396.09セントに変化しており、僅かではあるが響きを損ねている部分も認められる(Table 4)。

続いて平島(1987、p.135)の図表29(C)で示されている「キルンベルガー第3法」(本論文では以下「キルンベルガー」と略記する)は、やはり基本形の僅かな修正であるが、ヴェルクマイスターのようなm'とpの配列順序ではなく、m'=1.49493(696.09セント)の代わりに中全音律のm=1.49535(695.58セント)を使用する。ここでmとm'の差(m/m')は1.00028(0.49セント)であるから、最初にmを4回重ねた時点でのC−Eは、基本形と比べて1.00028の4乗=1.00113(1.95セント<−スキスマ)だけ広くなる。このままp=1.500を8回重ねると1オクターブを超えるため、いずれか1つをp'=1.500÷1.00113=1.49831(700.00セント)で置き換えることになり、これはキルンベルガーではF♯−C♯に

Table 3　ウェル・テンペラメントのセント値による5度圏表

	基本形		ヴェルクマイスター		キルンベルガー		ヴァロッティ&ヤング	
C²								
↑	p	701.96	p	701.96	p	701.96	m''	698.05
F								
↑	p	701.96	p	701.96	p	701.96	p	701.96
A♯ / B♭								
↑	p	701.96	p	701.96	p	701.96	p	701.96
D♯ / E♭								
↑	p	701.96	p	701.96	p	701.96	p	701.96
G♯ / A♭								
↑	p	701.96	p	701.96	p	701.96	p	701.96
C♯ / D♭								
↑	p	701.96	p	701.96	p''	700.00	p	701.96
F♯ / G♭								
↑	p	701.96	m'	696.09	p	701.96	p	701.96
B								
↑	p	701.96	p	701.96	p	701.96	m''	698.05
E								
↑	m'	696.09	p	701.96	m	696.58	m''	698.05
A								
↑	m'	696.09	m'	696.09	m	696.58	m''	698.05
D								
↑	m'	696.09	m'	696.09	m	696.58	m''	698.05
G								
↑	m'	696.09	m'	696.09	m	696.58	m''	698.05
C¹								

注　各数値の導出については本文を参照

Table 4　ウェル・テンペラメントの数値表

	r	c	f	r	c	f
	基本形			ヴェルクマイスター		
B	1.873	1086.32	493.326	1.879	1092.18	495.000
B♭	1.778	996.09	468.274	1.778	996.09	468.274
A	1.670	888.27	440.000	1.670	888.27	440.000
G♯	1.580	792.18	416.244	1.580	792.18	416.244
G	1.495	696.09	393.770	1.495	696.09	393.770
F♯	1.405	588.27	369.994	1.405	588.27	369.994
F	1.326	489.05	349.385	1.333	498.05	351.206
E	1.249	384.36	328.884	1.253	390.22	330.000
E♭	1.178	284.14	310.385	1.185	294.14	312.183
D	1.117	192.18	294.329	1.117	192.18	294.329
C♯	1.054	90.26	277.501	1.053	90.22	277.496
C	1.000	0.00	263.404	1.000	0.00	263.404
	キルンベルガー			ヴァロッティ&ヤング		
B	1.875	1088.27	493.465	1.877	1090.23	492.769
B♭	1.778	996.09	467.878	1.782	1000.00	467.746
A	1.672	889.74	440.000	1.676	894.14	440.000
G♯	1.580	792.18	415.892	1.584	796.09	415.774
G	1.495	696.58	393.548	1.497	698.05	392.882
F♯	1.406	590.22	370.099	1.408	592.18	369.577
F	1.333	498.05	350.908	1.336	501.96	350.809
E	1.250	386.31	328.977	1.254	392.18	329.256
E♭	1.185	294.14	311.919	1.188	298.05	311.830
D	1.118	193.16	294.246	1.120	196.09	293.997
C♯	1.053	90.22	277.261	1.056	94.14	277.183
C	1.000	0.00	263.181	1.000	0.00	262.513

注　r：ratio(C=1.00)，c：cent(C=0.00)，f：frequency(A=440.0Hz)

割り当てられている。その結果、最良の長３度はC–Eで純正になり、ピタゴラス音律の長３度は１つ減ってC♯–FとG♯–C’の２つとなるが、１回だけではあるが*p*の代わりに*p’*を使ったことで、完全な形のピタゴラス音律が得られないという問題が残っている（Table４）。

最後に平島（1987、p.139）の図表30での「筆者の修正したヤングの音律（1980）」（本論文では以下「ヴァロッティ＆ヤング」と表記する）においては、ここまでのウェル・テンペラメントとは少し異なる方略をとっている。すなわち、*m*または*m’*は４回、*p*または*p’*は８回ではなく、*m”*を６回、*p*も６回重ねることになる。$p=1.500$の６乗×2.000の－３乗＝1.42383（611.73セント）より、残りは2.00÷1.42383＝1.40466（588.27セント）であるから、これを等比で６等分すれば（*m”*の６乗×2.000の－３乗＝1.40466）、ゆえに$m”=1.49662$（698.04セント）が得られる。このことは平均律の５度である700.00セントを基準に考えると分かりやすい。これは12回重ねるとオクターブと一致するように定められたものであるが、純正であるピタゴラス音律の５度は701.96セントと1.96セント広い。これを６回重ねたら、残りの６回は700.00セントよりも1.96セント狭い698.04セントにすれば、両者は相殺されて全体では１オクターブになるのである（698.04×６＋701.96×６＝６×（698.04＋701.96）＝６×1400.00＝12×700.00＝8400.00，ゆえに8400÷7＝1200.00セント）。ここでの最良の長３度は5.86セントだけ純正よりも広く（C–E，G–B）、最悪はピタゴラス音律と等しい21.51セント広くなっている（C♯–F，F♯–B♭，B–E♭）。また、純正５度を６回しか使っていないため、完全な形のピタゴラス音律を構成することは出来ない（Table４）。

これらのウェル・テンペラメントに共通する第一の特徴は、鍵盤楽器が平均律で調律される以前の時代に、３度系は美しいが鍵盤楽器への実装が極めて困難な純正律を代替するものとして、１台の楽器で、しかも１オクターブ内に12の鍵盤を配置するだけで、長短24調を弾けるようにしたことにある。そして第二は、調号が少ない調（たとえばハ長調やト長調）では３度系の響きがよい純正律や中全音律に近い和声的な調性感があり、調号が増えるにしたがってピタゴラス音律に近い旋律的な調性感に変化していくことである。そして基本形とヴェルクマイスターにおいては、７音すべてに調号がつく調は（たとえば嬰ハ長調）、ピタゴラス音律と完全に位置する。ちなみに、調性が変わることで構成音の音程関係そのものが変化して、調性感が明らかな違いが生じるのは、他の音律にはないウェル・テンペラメントだけのユニークな特徴である。

４．まとめ

最後に前報（菅、2011）と本論文で扱った５つの音律について、歴史的な流れに注目しながら、それぞれの特徴と相違をまとめておくことにする（Table５）。

Table 5　各音律のセント値による音程表

音程	細分	理想音程	純正律	ピタゴラス音律	中全音律	平均律
長７度		*n.a.*	1088.27	1109.78	1082.89	1100.00
短７度		*n.a.*	976.54	996.09	1006.84	1000.00
長６度		**884.36**	**884.36**	905.87	889.74	900.00
短６度		**813.69**	**813.69**	815.64	813.69	800.00
	ヴォルフ			*678.72*	737.64	
５度		**701.96**	**701.96**	**701.96**	696.58	700.00
	C:re—la		680.45			
４度		**498.04**	**498.04**	**498.04**	503.42	500.00
長３度		**386.31**	**386.31**	407.82	**386.31**	400.00
短３度		**315.64**	**315.64**	294.13	310.26	300.00
	C:re—fa		294.13			
長２度	大全音	*n.a.*	203.91	203.91	193.16	200.00
	小全音	*n.a.*	182.40			
短２度	全音階的半音	*n.a.*	111.73	90.22	117.11	100.00
	半音階的半音	*n.a.*	70.67	113.69	76.05	

注 *n.a.*は「不協和音程」。ゴシック体は理想音程と一致するもの。

ピタゴラス音律：５度（３／２）とオクターブ（２／１）だけを使って構成されるもので、両者から得られる４度（４／３＝２／３×２／１）も純正である。したがって、異名異音となる半音階的半音のなかで、音階成立に必要なすべて音符を用意すれば、すべての４度と５度は純正になり、これら５度系の響きは大変美しい。フレットのない弦楽器や声楽など自由な音高がとれるならば実現は容易であるが、鍵盤楽器を前提として（標準的には１オクターブに白鍵７鍵と黒鍵５鍵の合計12鍵）、全音のあいだに異名異音の片方だけしか置かない場合は、１ヶ所だけ純正な５度よりもピタゴラスのコンマ（23.46セント）だけ狭い音程にせざるを得ないため、５度系の一部で響きが損なわれる。

もう一つの問題は、５度とオクターブだけでは純正な長３度が得られないということにある。実際、ピタゴラス音律の長短３度および長６度は±シントニック・コンマ（21.51）分だけ純正から逸脱している。通常、シントニック・コンマは純正律の大全音と小全音の差として定義されるが、短６度（純正との逸脱は1.95セント）を除くピタゴラス音律の３度系における純正からの逸脱に他ならないのである。

純正律：５度系を純正に保ったままで３度系も純正にするために、長３度を最初から純正にするというのが純正律である。長３度は全音を２つ重ねたものであるから、先に長３度が固定されてしまうと２つの全音をどうするかが問題になる。それを純正律では、一方をピタゴラス音律の全音（９／８<-大全音）のままとし、もう一方を逆算で求めた（５／４×８／９＝10／９<-小全音）。すなわち、２ヶ所の全音（Cを基準音とすればD–EとG–A）をシントニック・コンマだけ狭くしたのである。このことをピタゴラス音律流に５度を順番に重ねていくという観点からいえば、Cを基準音としてDからAを定めるとき、純正な５度ではなく、それよりもシ

ントニック・コンマ分狭い音程を使ったということになる。

歴史的にみて、ポリフォニーの普及やホール残響の延長などにより、３度問題がもつ音楽的な意味は次第に大きくなってきた。そうしたなかで純正律が果たした理論的および一部の楽器等における実践的な役割は見逃せない。確かに、自由な音高がとれる場合や、構造的に純正律と相性がよい金管楽器で、和声的に大変「美しい」のは間違いない。一方、純正律を鍵盤楽器に実装することは、とりわけ全音には２種類が存在するため、換言すれば「同名異音」になるため極めて困難であり、非現実的だとみなさざるを得ない。なお、純正律ではすべての協和音程が理想的になる訳ではないこと、および、和声的な「美しさ」は今日的には「単調さ」や「緊張感のなさ」も内包していることに注意が必要である。

中全音律：３度系を純正にしようとする純正律の狙いを鍵盤楽器で実現するためには、何らかの工夫あるいは妥協が必要となる。そのために、純正律では２つの全音の片方だけでシントニック・コンマを吸収していた点を改めて、両方の全音に等しく吸収しようというのが中全音律の中心的な考え方である。数式でいえば長３度の等比で２等分することであり（５/４の平方根＝ルート５分の２＜-193.16セント）、これは大全音と小全音の幾何平均とみることもできるため中全音とよばれている。５度を重ねるという観点からいえば、純正律では長３度を純正にするためのシントニック・コンマ分の吸収を１ヶ所の５度だけに押しつけていたのとは異なり、中全音律では４ヶ所に分散させようとしているのである。すなわち、Cを基準音として５度を４回重ねた結果として出来る長３度(C-E)を先に５/４と定めてしまい、mの４乗×１/２の２乗＝５/４を満たすようなm（＝1.495；696.58セント）で純正な５度を代替させるのである。その結果、５度はシントニック・コンマの１/４だけ純正より狭くなるが、５度を少しずつ犠牲にすることで長３度を純正にしているのである。

中全音律は純正律の最初の妥協案としての意義は大きいが、残された問題はCを基準音とした場合においては、１台の鍵盤楽器では♯が３つまで、または♭が２つまでの調しか実用上は演奏出来ないという点である。これはピタゴラス音律と同様で、鍵盤楽器をオクターブ12鍵としたときに起こるものであり、中全音律の５度を12回重ねるとき、１オクターブに届かない不足分(41.06セント＜-ヴォルフ)が１ヶ所に押しつけられてしまうためである。

ウェル・テンペラメント：１台の鍵盤楽器で多くの調を弾きこなせるようにと考案されたのがウェル・テンペラメントであるが、ピタゴラス音律や純正律、中全音律ともっとも違う点は、５度を重ねていくときに２～３種類の５度を何回か使い分けるという点である。ピタゴラス音律では純正な５度を重ねていった結果、ピタゴラスのコンマ分だけ１オクターブを超えたし、中全音律では同音律の５度を重ねて41.06セントだけ１オクターブに届かなかった。そこで両者（後者の周辺値を含む）を組み合わせて１オクターブを得ようというのであるが、オクターブとの差分は、純正な５度が中全音律の５度の半分程度であるため、その逆比をとって純正な５度を８回と「狭い５度」を半数の４回使うことになる。この操作は、中全音律で長３度を純正にするための犠牲を、１ヶ所の５度に押しつけるのではなく、複数の５度に分散させるものだと考えられる。

基準音から最初の４回は「狭い５度」で残りの８回が純正な５度であるのが基本形、最初の３回は「狭い５度」で純正な５度を２回使い、つぎに「狭い５度」が１回と純正な５度が６回というのがヴェルクマイスターである。キルンベルガーは基本形と同じ順序であるが、「狭い５度」よりも少しだけ広い中全音律の５度を割り当てることで長３度を純正とし、その増加分（1.95セント）は僅かであるため１ヶ所の５度（F♯-C♯）で吸収している。ヴァロッティ＆ヤングは純正な５度を６回使い、それによって生じるピタゴラスのコンマ半分に相当する増加分を、残り６つの５度を均等に狭めるというものである。いずれの方法にせよ、ウェル・テンペラメントにおける最大の特徴は、１台の鍵盤楽器で長短24の調が弾けるとともに、調が異なると調性感そのものが変化することであり、調号の少ないときは和声的であるが、調号が増えるにしたがって旋律的になっていくのである。その結果、曲想に応じて調を選択出来るほか、曲中での転調が大変大きな音楽的意味をもつことになる。

平均律：ウェル・テンペラメントでは２～３種類の５度を組み合わせたが、１種類の５度だけで１オクターブを得ること、数式で表せばeの12乗×１/２の６乗＝2.000となるようなe＝1.498（700.00セント）を使って得られるのが平均律である。ここでは全音および全音階的半音はそれぞれ１種類であり、全音階的半音と半音階的半音は等しく、半音２つで全音となるため完全な異名同音の体系が成立する。したがって、１台の鍵盤楽器によりすべての調で完全な演奏ができ、長調内または短調内で転調しても、音域の違いによる若干の印象変化は伴うが（この点はピタゴラス音律や純正律、中全音律も同様である）、ウェル・テンペラメントのような調性感の変化はまったくない。

平均律では純正な５度よりも1.96セント狭い５度が使われているため、５度系の逸脱はあまり大きくない。一方、ピタゴラス音律と同様に３度系に対する配慮は

一切ないため、短３度で-15.64セント、長３度で＋13.69セント、短６度で-13.69セント、長６度で＋15.64セントの純正からの逸脱がある。

引用文献

平島達司　1987．ゼロ・ビートの再発見－「平均律」への疑問と「古典音律」をめぐって 増補版第２版，東京音楽社．2004　同書「復刻版」，ショパン．

菅　千索　2011．音楽心理学研究における異なる音律の使用について，和歌山大学教育学部紀要－教育科学－第61集，１－９．

参考文献

海老澤敏ほか監修　2002．新編　音楽中辞典，音楽之友社．

藤枝　守　2007．増補 響きの考古学　音律の世界史からの冒険［平凡社ライブラリー603］，平凡社．

平島達司 1990．ゼロ・ビートの再発見　技法編－「古典音律」の解釈と実践のテクニック　第３版，東京音楽社．2004　同書「復刻版」，ショパン．

小島英幸　1996．音階入門，音楽之友社．

黒沢隆朝　1978．音階の発生よりみた音楽起源論－黒沢学説，音楽之友社．

溝部國光　1984．正しい音階　音楽音響学，日本楽譜出版社．

小方　厚　2007．音律と音階の科学　ドレミ…はどのようにして生まれたか［ブルーバックス B-1567］，講談社．

大塚正元　2003．楽譜の数学，早稲田出版．

Pierce，J．R．1983．*The science of musical sound*，Scientific American Books．村上陽一郎訳　1989．音楽の科学　クラシックからコンピューター音楽まで，日経サイエンス社．

Roederer，J．G．1979．*Introduction to the Physics and Psychophysics of Music*，Springer-Verlag New York Inc．高野光司・安藤四一共訳　1981．音楽の科学［音楽の物理学，精神物理学入門］，音楽之友社．

遠山一行ほか編集顧問　2008．新訂　標準音楽辞典　第二版，音楽之友社．

梅本堯夫　1966．音楽心理学，誠信書房．

Wood，A．（Revised by J．M．Bowsher）1962．*The physics of music*，Greenwood Press．石井信生訳　1976．音楽の物理学，音楽之友社．